

کرنش حرارتی:

در صورتیکه دما به اندازه ΔT افزایش یابد

$$\delta_T = \alpha L \Delta T$$

$$\epsilon_T = \frac{\delta_T}{L} = \alpha \Delta T$$

α = ضریب انبساط گرمایی

$$\alpha_{\text{steel}} = 11.7 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \rightarrow \text{ضریب کرنش}$$

$$\alpha_{\text{copper}} = 10.8 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

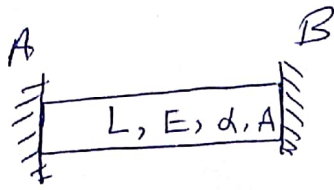
در اثر حرارت اگر جسم آزاد باشد کرنش ایجاد نمی شود.

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$$

کرنش برشی نیز صفر می شود

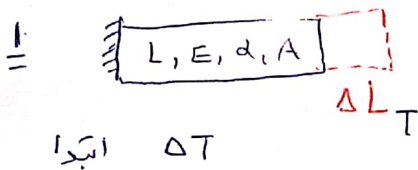
)

مثال: در صورتی که سیم AB با اندازه ΔT تغییر داده شود، مطلوب است محاسبه نیروی کششی.

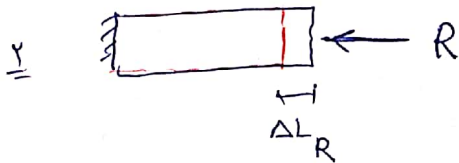


$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A = R_B = R$$

حل شده: استفاده از روش جمع آثار:



$$\Delta L_T = \alpha L \Delta T$$



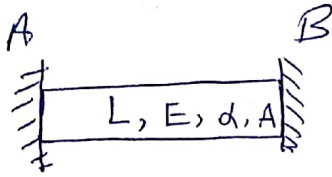
$$\Delta L_R = -\frac{RL}{EA}$$

شرط سازي: $\Delta L_T + \Delta L_R = 0 \rightarrow \textcircled{1} + \textcircled{2}$

$$\rightarrow \alpha L \Delta T = \frac{RL}{EA}$$

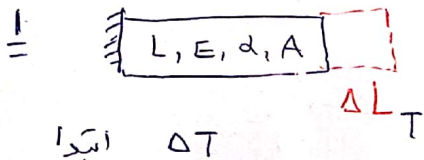
$$\rightarrow R = EA (\alpha \Delta T)$$

مثال: در صورتی که سیم AB به اندازه ΔT تغییر داده شود، مطلوب است محاسبه نیروی کششی در سیم.

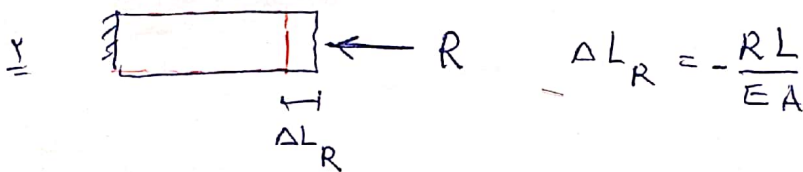


$$= \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ R_A \qquad R_B \end{array} \quad \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ R_A = R_B = R \end{array}$$

حل شده: استفاده از روش جمع آثار



$$\Delta L_T = \alpha L \Delta T$$



شرط سازي

$$\Delta L_T + \Delta L_R = 0 \quad \rightarrow \quad \text{①} + \text{②}$$

$$\rightarrow \alpha L \Delta T = \frac{RL}{EA}$$

$$\rightarrow R = EA (\alpha \Delta T)$$

مثال: مقطع صلب ABC بر روی یک ستون بتنی با سطح مربع $25 \times 25 \text{ cm}$

دو سله فولاد قطر 2 cm قرار دارد.

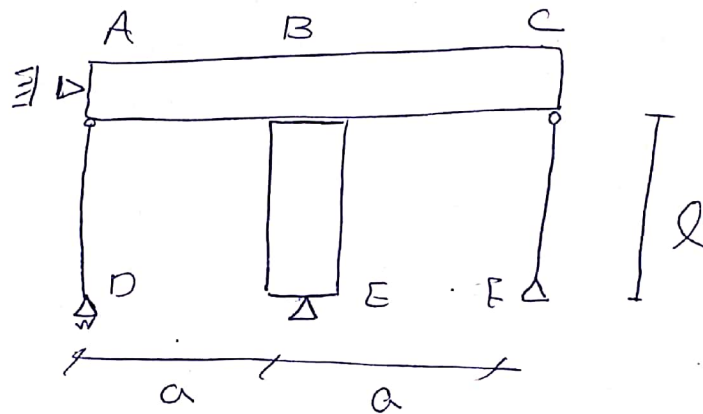
الف) در صورتیکه ستون بتنی به میزان 5°C افزایش دما داشته باشد تنش موجود در

بتن و فولاد بدست آید.

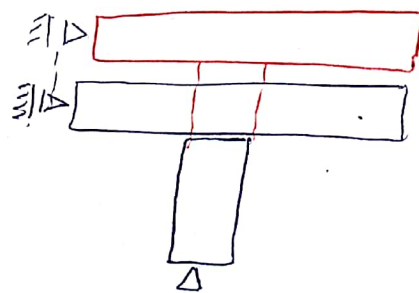
$$E_c = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\alpha_c = 11 \times 10^{-6}$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

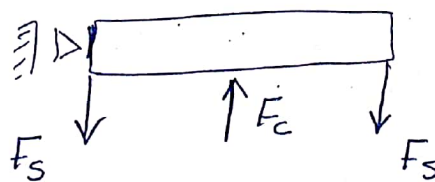


ابتدا اثر دما را اعمال می‌کنیم



$$\Delta L_T = \alpha_c L \Delta T$$

تبعاً دایره را می‌کشیم



$$\alpha_c L \Delta T = \delta_{\text{Steel}} + \delta_{\text{concret}} \quad \Rightarrow \quad \alpha_c L \Delta T - \delta_c = \delta_s$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_c = 2 F_s$$

$$\Delta L \Delta T = \frac{F_s L}{(EA)_s} + \frac{F_c L}{(EA)_c}$$

$$11 \times 10^{-6} \times 50 = F_s \left(\frac{1}{(EA)_s} + \frac{2}{(EA)_c} \right)$$

$$A_s = \pi \times 10^{-2} \times 9 \rightarrow (EA)_s = 20 \times 10^6 = 6.28 \times 10^6$$

$$A_c = 625 \quad (EA)_c = 1250 \times 10^5 = 125 \times 10^6$$

$$11 \times 10^{-6} \times 50 = F_s \times 10^{-6} \left(\frac{1}{6.28} + \frac{2}{125} \right)$$

$$\text{20} \quad \text{Que} \left(\begin{array}{l} F_s = 3287 \text{ kg} \\ F_c = 6578 \text{ kg} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \sigma_s = 1046.7 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_c = 10.50 \text{ kg/cm}^2 \end{array}$$

$$F_s = 3138.7 \rightarrow \sigma_s = 999.11 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_c = 6277.3 \rightarrow \sigma_c = 10.05 \text{ kg/cm}^2$$

$$11 \times 10^{-6} \times \Delta T = F_s \times 10^{-6} \left(\frac{1}{6.28} + \frac{2}{125} \right)$$

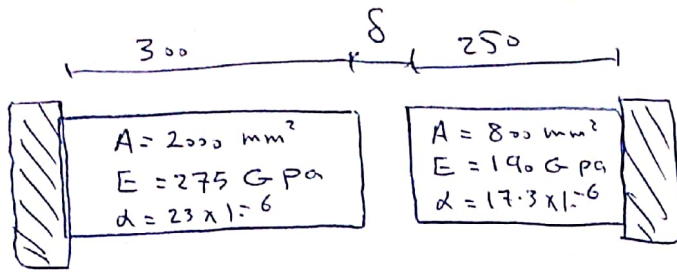
حد اشد

$$\rightarrow F_s = 62.77 \Delta T \rightarrow \sigma_s = 20 \Delta T < \sigma_{all} = 1400$$

$$F_c = 125.5 \Delta T \rightarrow \sigma_c = 0.2 \Delta T < \sigma_{all} = 50$$

$$\rightarrow \Delta T = \min \left(\frac{1400}{20}, \frac{50}{0.2} \right)$$

$$= \min(70, 250) = 70$$



$$\delta = 0.5 \text{ mm}$$

ابتدا بررسی می کنیم که آیا حدس در رابطه تغییرات به هم می رسند یا خیر

$$\Delta_{a1}^T = (\alpha L)_{a1} \Delta T$$

$$\Delta_{st}^T = (\alpha L)_{st} \Delta T$$

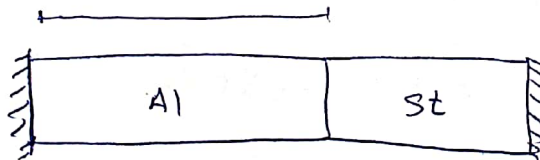
$$\Delta_{a1}^T + \Delta_{st}^T = \delta$$

$$\rightarrow [(\alpha L)_{a1} + (\alpha L)_{st}] \Delta T = \delta$$

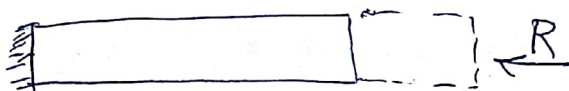
$$\rightarrow \Delta T_0 = \frac{\delta}{(\alpha L)_{a1} + (\alpha L)_{st}} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{23 \times 300 + 17.3 \times 250} = 44.543 \text{ } ^\circ\text{C}$$

چون $\Delta T_0 < 100$ $\rightarrow \Delta T_1 = 100 - \Delta T_0 = 55.457 \text{ } ^\circ\text{C}$

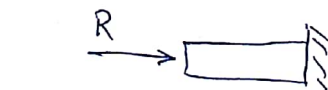
$$\delta_{a1} = (\alpha L)_{a1} \times 44.543 = 0.307 \text{ mm}, \quad \delta_{st} = (\alpha L)_{st} \times 44.543 = 4.317 \times 10^{-3} \times 44.543 = 0.193 \text{ mm}$$



$$\Delta T_1 = 55.457$$



$$\delta_1 = \Delta_{a1}^T - \Delta_{a1}^R$$



$$\delta_2 = \Delta_{st}^R - \Delta_{st}^T$$

$$\delta_1 = \delta_2 \quad \text{و به هم می رسند}$$

$$\rightarrow \Delta_{a1}^T - \Delta_{a1}^R = \Delta_{st}^R - \Delta_{st}^T$$

$$\rightarrow \Delta_{a1}^T + \Delta_{st}^T = \Delta_{st}^R + \Delta_{a1}^R$$

$$(\alpha L)_{al} + (\alpha L)_{st} \times \Delta T_1 = \frac{R}{K_{st}} + \frac{R}{K_{al}}$$

$$K_{al} = \left(\frac{EA}{L}\right)_{al} = \frac{275 \times 10^3 \times 2000}{300} = 1.833 \times 10^6$$

$$K_{st} = \left(\frac{EA}{L}\right)_{st} = \frac{190 \times 10^3 \times 800}{250} = 0.608 \times 10^6$$

$$11228 \times 10^{-6} \times \Delta T_1 = R \left(\frac{1}{1.833} + \frac{1}{0.608} \right) \times 10^{-6}$$

$$11228 \times 55.457 = R \times 2.1902 \rightarrow R = 284.22 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \delta_1 = \Delta_{al} - \Delta_{st}$$

$$= (\alpha L)_{al} \times \Delta T_1 - \frac{R}{K_{al}}$$

$$= 0.383 - 0.155 = 0.228 \text{ mm}$$

$$\delta_1 = 0.307 + 0.228 = 0.535 \text{ mm}$$

الزخم

$$\sigma = \frac{R}{A} = 142.11 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \delta_2 = \Delta_{st} - \Delta_{st}$$

$$= 0.467 - 0.24 = 0.228$$

$$\delta_2 = 0.228 - 0.193 = 0.035 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{R}{A} = 355.275 \text{ MPa}$$